GEOMETRIA DINAMICA

*Con animazione al computer e alla L.I.M.*

**ISTRUZIONI PER L’USO**

**-Fare doppio clic su logo : si apre, ma resta bloccato.**

**-Cliccare su *“abilita modifica”,* nella strisciolina gialla in alto**

**nello schermo: compare finestrella per aprirlo.**

-**Cliccare su “*sola lettura*”: si apre e si possono spostare le figure per farci le operazioni: basta cliccare la figura e spostarla con le 4 freccette in fondo a destra sulla tastiera, o col mouse.**

**-Per chiudere cliccare su *“non salvare”,* altrimenti non si chiude.**

**In tal modo le figure spostate tornano a posto da sole.**



PARTE PRIMA - *ESPOSIZIONE*

Questo file contiene alcune riflessioni e proposte didattiche per apprendere costruttivamente alcuni importanti concetti di geometria con l’uso di sussidi concreti, come **il meccano**, e di **animazioni al computer**. Non bisogna trascurare la **verbalizzazione** significativa, molto importante per la comprensione dei **concetti** e delle corrispondenti **parole,** dei **simboli** e dei **testi** che li esprimono, con un graduale processo di **astrazione significativa** per evitareil simbolismo astratto e mnemonico ed il vuoto verbalismo.

**Il meccano geometrico** Il meccano geometrico si può realizzare con **sottili asticciole** di compensato forate alle estremità, congiunte con piccole viti. E’ molto utile per fare significative trasformazioni di figure piane, come da esempi, utilizzando anche degli **elastici.**

**ROMBO E QUADRATO TRIANGOLO ISOSCELE**

***Lati e perimetro costanti Lati obliqui uguali costanti***

***Area e angoli variabili. Area e perimetro variabili***

***Diagonali elastiche variabili Base elastica variabile***

Col meccano si può visualizzare **un quadrato** che si trasforma in **un rombo** mantenendo **costanti i lati** ed il **perimetro**, mentre **2 angoli opposti** diventano sempre **più piccoli** e gli altri 2 sempre **più ampi**, ed **una diagonale** **aumenta** mentre **l’altra diminuisce** (con **2 elastici)**, e quindi anche **l’area diminuisce** sempre di più.

**RETTANGOLO *trasformato in* ROMBOIDE**

*Lati e perimetro* ***costanti.*** *Angoli e area* ***variabili***

Per poter **variare** la lunghezza di **un lato** di un **triangolo,** si può usare **un elastico.** Ad es. un triangolo **isoscele acutangolo**, con un **elastico** per base,si può trasformare allungando la **base elastica**, aumentando anche **l’angolo al vertice**: giunto questo **a 60 gradi**, si formerà un triangolo **equilatero**, con l’elastico-base uguale ai due lati obliqui; giunto, lo stesso angolo al vertice, a **90 gradi,** si formerà un triangolo **isoscele rettangolo** avente come cateti i 2 lati obliquiuguali; e giunto **oltre i 90 gradi** si formerà un triangolo **isoscele ottusangolo.** Anche il triangolo **scaleno** con un **lato elastico variabile** si può trasformare da **acutangolo** a **rettangolo** a **ottusangolo** e viceversa. Il triangolo **equilatero** invece può essere solo **acutangolo**, con i 3 angoli di **60 gradi** ciascuno.

Compiendo tali trasformazioni e verbalizzandole gli alunni in breve tempo **capiscono e ragionano**, **consolidano** i concetti e sviluppano l’immaginazione, la creatività e la capacità di capire ed esprimere i concetti con i **simboli astratti**, ma pieni di **significato.**

**TRIANGOLI**

***acutangoli rettangoli ottusangoli***

***scaleni***

***isosceli***

***equilateri***

**Emma Castelnuovo: Didattica della matematica**

***Un dispositivo suggerito da una relazione di Franca Conforto***

***(seconda media, 1954/’55).***

Emma Castelnuovo racconta: *“Avevo dato, allo scopo di riprendere questioni di equivalenza trattate nell’anno precedente, da stendere una relazione sul tema:* ***“Quanti triangoli*** *ci sono che hanno la* ***stessa area? Disegnatene alcuni. Parlate, se credete, anche del perimetro”.*** *Molti disegnarono tanti triangoli aventi uguale base ed uguale altezza, ecc..... Voglio parlare della relazione di* ***Franca Conforto****. Ecco* ***il disegno*** *che si trova nel suo quaderno ed ecco quanto scrive:**“Esistono* ***infiniti triangoli*** *che hanno la stessa base e la stessa altezza; hanno tutti la stessa area. Formano come* ***una striscia****: basta, per vederli, fissare una base e* ***spostare il vertice*** *opposto su una retta parallela alla base. Ma io potrei raddoppiare la base e allora dovrei dimezzare l’altezza, oppure triplicare la base e rendere l’altezza un terzo, oppure.... Avrei così* ***infinite strisce*** *di triangoli equivalenti.*

*Lati elastici. Altezza*

*Perimetro* ***variabile****.*  ***costante***

*Base fissa* ***costante*** *Area* ***costante***

*E’ bello pensare a queste strisce di triangoli equivalenti: sono* ***infinite le strisce*** *che posso immaginare e in ogni striscia vi sono* ***infiniti triangoli*** *con ugual base ed uguale altezza. Vi è dunque un* ***infinito più infinito****.*

*Si capisce subito che* ***i perimetri*** *variano e che, allontanandosi il vertice, da una parte e dall’altra, il perimetro aumenta; è evidente che* ***il triangolo isoscele*** *che sta* ***in mezzo*** *avrà il* ***perimetro minimo****.*

*In ogni striscia, dunque, il triangolo isoscele realizza il minimo perimetro; ma ci sono infinite strisce e allora vedo infiniti triangoli isosceli minimi ognuno appartenente ad una striscia. Ma, fra questi infiniti triangoli isosceli ce ne sarà uno che avrà* ***il perimetro più piccolo*** *degli altri isosceli. E’ evidente che sarà il* ***triangolo equilatero****”. Così termina la relazione di* ***Franca Conforto.*** *Questa relazione letta in classe, (ogni allievo legge quanto ha scritto), colpisce i compagni, soprattutto perché pone un problema: perché il* ***triangolo equilatero*** *avrà il* ***perimetro minimo*** *tra gli isosceli? Come si può dimostrare? C’è allora chi si vale di un ragionamento “****al limite****”: “Se io immagino di continuare a* ***raddoppiare l’altezza****,- dice* ***Roberto Ago****, -dimezzando contemporaneamente la base, e facendo sì che il triangolo risulti sempre isoscele, “al limite” si avrà un triangolo isoscele con* ***i lati uguali*** *che tendono* ***all’infinito*** *mentre la base diventerà sempre più piccola; allora il perimetro del triangolo tende a diventare infinitamente grande. Ecc….La dimostrazione intuitiva di* ***Roberto Ago*** *viene precisata da Franca Conforto calcolando col teorema di Pitagora il perimetro del triangolo equilatero e il perimetro di vari triangoli isosceli costruiti dal compagno. Quella* ***lezione*** *è stata veramente* ***vivacissima****; ma forse chi ha avuto il frutto migliore sono stata io: le osservazioni della bambina Conforto mi hanno suggerito di* ***realizzare materialmente*** *una striscia di triangoli aventi uguale base ed uguale altezza.*

*Ho fissato su una* ***tavoletta di legno*** *due chiodi, A e B ad una certa distanza, disponendoli in modo che il* ***segmento AB*** *risultasse parallelo al lato lungo della tavoletta; poi, parallelamente al segmento AB, ho teso, a una certa altezza, un* ***fil di ferro*** *leggermente sollevato dalla* ***tavoletta.******Un anellino*** *abbracciava il fil di ferro, e, dentro l’anello passava* ***un filo elastico*** *i cui estremi erano* ***fissati ad A e B.******Spostando l’anello****, il filo elastico realizza* ***tanti triangoli di ugual base ed uguale******altezza****; e la cosa espressiva è che, se si sposta l’anello ad una estremità e poi si lascia andare, il triangolo tende a portarsi* ***nella posizione di isoscele****, in quella posizione, cioè, in cui la tensione dell’elastico è* ***minima****. Si ha così la* ***prova meccanica*** *del minimo perimetro del triangolo isoscele”.*

**Anellino scorrevole** **fil di ferro parallelo ad AB**

**chiodo chiodo**

**Filo elastico elastico *(lati e perimetro***

***variabili)***

***Base A B costante***

***Altezza costante***

***Area costante***

***Emma Castelnuovo***

E’ possibile visualizzare la striscia di triangoli equivalenti anche usando per **base un’asticciola rigida** fissandoci un **elastico alle due estremità**: basta poi afferrarlo al centro, tenderlo ad una certa altezza e spostare il vertice a destra e sinistra mantenendo costante l’altezza.

**Equicomposizione ed equivalenza delle superfici**

Come si afferma nella rivista “*L’insegnamento della mate-matica***.*..****”,* *“Occorre ricavare da esperienze dirette la formula per calcolare l’area del rettangolo, comprendendo che l’espressione* ***base x altezza*** *non indica il prodotto di 2 misure lineari, ma l’iterazione del numero dei* ***quadrati unitari*** *appoggiati sulla base, per l’altezza”.* Per le altre figure se ne può dimostrare l’equi-estensione e l’equivalenza o a un **rettangolo** o a **metà** di un rettan-golo di una stessa base ed altezza. Per evitare confusioni si possono ritagliare le diverse figure su cartoncino di **colori diversi.**

Ad esempio i **triangoli rossi**. Unendo 2 **triangoli rettangoli** uguali si può costruire il rettangolo doppio avente per base un **cateto** e per altezza **l’altro.** Con 2 triangoli **scaleni** uguali, (**rossi),** se ne taglia uno lungo l’altezza, ottenendo 2 triangoli rettangoli, che, ruotati ed uniti all’altro triangolo scaleno intero, formano un rettangolo doppio di esso avente la stessa base e la stessa altezza. Da cui la formula *Area = base per altezza diviso 2.* E le formule inverse

***Tagliato***  *lungo l’altezza per formare rettangolo doppio*

*con* ***stessa base*** *e* ***stessa altezza***

Si può anche tagliare un triangolo parallelamente alla base, a **metà** dell’altezza, ottenendo un trapezio sotto e un triangolo sopra; poi tagliare questo lungo l’altezza suddividendolo in 2 triangoli rettangoli, che, ruotati in basso formano col trapezio un rettangolo equicomposto ed equivalente al triangolo iniziale, con la stessa base e **metà altezza.**

Da cui la formula *Area = base per mezza altezza.*

***Tagliato*** *lungo i tratteggi per formare* ***rettangolo equicomposto***

*con* ***stessa base*** *e* ***metà altezza.***

Si possono costruire **2 trapezi** isosceli uguali, **azzurri.** Stacchiamo da entrambi un triangolino rettangolo tagliandoli lungo le **2 linee tratteggiate** (altezza), come da figura. Otteniamo **2 trapezi rettangoli** uguali, che, uniti per il lato obliquo, formano un **rettangolo doppio** di ciascuno di essi, avente la **stessa altezza** e per base la **somma delle 2 basi** (o dei ***2 lati paralleli***) del trapezio rettangolo. Unendo, poi, ad un trapezio isoscele, da una parte il trapezio rettangolo, e dall’altra il triangolino rettangolo, si ottiene un rettangolo doppio del trapezio isoscele, con la **stessa altezza** e con la base uguale alla **somma delle 2 basi** (o dei ***2 lati paralleli***) **del trapezio.**

***Tagliati*** *lungo le 2 altezze per formare* ***rettangolo equicomposto*** *con*

*base =* ***somma 2 basi*** *trapezio e* ***stessa h***

Per il **parallelogrammanon rettangolo**si usano gli **stessi** pezzi del **trapezio**, dimostrandone l’equivalenza ad un rettangolo di uguale base ed uguale altezza.

Con **2 rombi verdi,** se ne taglia uno lungo le diagonali, ottenendo **4 triangolini rettangoli** uguali, che, uniti al rombo intero formano un **rettangolo doppio** del rombo avente per **base** una **diagonale** e per **altezza** l’**altra** diagonale del rombo. Oppure si possono formare 2 **rettangoli equicomposti** aventi una dimensione **uguale** a una **diagonale** del rombo e l’altra dimensione uguale alla **metà** dell’altra diagonale del rombo.

***Tagliato*** *lungo le diagonali per formare* ***rettangolo doppio*** *del rombo,*

*oppure 2* ***rettangoli equicomposti.***

**Costruzione e uso del sussidio**

Si può facilmente costruire tale sussidio per tutti gli alunni, disegnando i pezzi necessari su una striscia-matrice di cartoncino bristol di un certo colore per i triangoli; su un’altra striscia di colore diverso per i trapezi e su un’altra striscia di un altro colore per i rombi, facendo poi tagliare con la taglierina in qualche tipografia o “centro copie” i pezzi necessari, sovrapponendo la striscia-matrice a tante altre strisce uguali a seconda dei pezzi necessari. Poi si possono consegnare a ciascun alunno i pezzi necessari, racchiusi in una busta. E’ importante che tutti gli alunni facciano essi stessi le trasformazioni, in parte cercando di fargliele scoprire, e poi esercitarsi per consolidarle.

**Costruire, operare, animare**

Spesso per spiegare i concetti già visti si usa il disegno, pensando che possa sostituire la manipolazione concreta: la quale è molto più efficace, come dicono Piaget, la Castelnuovo e tanti altri, e, se usata bene, costituisce un potente **trampolino di lancio** per la concettualizzazione, l’astrazione, la comprensione e l’uso significativo dei simboli astratti. Le animazioni consentono di visualizzare facilmente le varie figure geometriche in **tutte le posizioni** possibili per evitare che i **concetti geometrici** vengano erroneamente condizionati da posizioni rigide delle figure stesse, come può accadere con il disegno statico, rischiando il formarsi di alcune “**misconcezioni**” alquanto frequenti. Anche il disegno, tuttavia, se usato bene, e specialmente se fatto dagli alunni stessi e non solo osservato, può essere molto efficace. Molte **animazioni** con materiali concreti e/o lucidi, si possono proiettare con la **lavagna luminosa**. Molto efficaci sono poi le **animazioni** al computer, ma penso sia importante non trascurare i materiali poveri, come ad es. i cilindri di cartoncino nei rotoli di carta igienica. Facendoci **scorrere** dal basso in alto un’**elastichetta** uguale alla circonferenza del cerchio di base si genera la superficie laterale. Questa si può evidenziare con un rettangolo equivalente alla stessa, incollato per alcuni millimetri lungo l’altezza, che può avvolgere il cilindro stesso. Se poi si fa scorrere dentro il cilindro un cerchio di cartoncino, base del cilindro, che ci entra esattamente, si genera il volume.

**A**

**C**  **O**  **B**

**A1**  **H**  **A2**

Immagino di tagliare il cerchio lungo il raggio superiore **AO**, dividendo il semicerchio superiore in 2 parti, portando in basso le 2 parti stesse, una a sinistra e l’altra a destra, allungando le 2 linee prodotte dal taglio fino ad ottenere **OA1** e **OA2**, distendendo **la circonferenza** fino a formare il **segmento A1A2** uguale alla circonferenza stessa. Trasformo così il cerchio nel **triangolo** **A1OA2**, equivalente al cerchio ed alla metà del**rettangolo** **A1A2BC**, avente **la base** uguale alla **circonferenza** e l**’altezza** uguale al **raggio.** Per calcolare **l’area** del cerchio basta calcolare l’area del **triangolo A1OA2** e cioè:

-**raggio per 6,28** = circonferenza (base);

-**questa per raggio** (altezza) = area del **rettangolo** **A1A2BC**

***A = r x r x 3,14***

-ed infine **diviso 2**. Sviluppando si ottiene:

Il **cerchio** è infatti equivalente alla **metà** del **rettangolo** **A1A2BC** e quindi al **rettangolo OHA2B:** il quale, come si può vedere dal disegno, è formato appunto da **3 quadrati** del raggio più **14 centesimi.** Lo scrivente, giovane “*maestro di campagna*”, aveva guidato gli alunni in modo significativo a procedere così per calcolare l’area del cerchio.

In classe quinta, prima di iniziare lo studio dei volumi, dissi loro di provare a calcolare da soli, a casa, il volume di un parallelepipedo rettangolo, o anche di un cilindro, come preferivano.

Potevano scegliere un problema nel libro, senza preoccuparsi di sbagliare. Accennai poi che per calcolare il volume del parallelepipedo rettangolo o del cilindro si poteva immaginare uno strato di tanti metri cubi (o cm3 o dm3) quanti erano i metri quadrati (o cm2 o dm2) della base; e poi sopra un secondo strato, e un terzo, ecc., tanti strati tutti uguali quanti erano i metri (o i cm o i dm) dell’ altezza.

Il giorno seguente costatai che parecchi erano riusciti discretamente, altri un po’ meno, come mi aspettavo. Ma ciò che mi colpì molto fu quello che mi disse Aurelio, un alunno molto intelligente, che abitava in campagna, perciò i compiti li faceva da solo. Aurelio, tutto contento mi disse: -Maestro, io ho calcolato il volume di un cilindro, però in due modi diversi.

-Fammi un po’ vedere?-, gli chiesi incuriosito.

Guardai il quaderno e vidi che in effetti Aurelio aveva calcolato il volume di un cilindro in 2 modi. Uno era quello solito: area del cerchio-base per altezza. L’altro, invece, era quello originale: il risultato era esatto, ma il procedimento non mi era chiaro. Gli chiesi come aveva fatto, e lui mi rispose: -Ho fatto come facevamo con il cerchio.

Poi spiegò che aveva immaginato di appoggiare il cilindro sulla sua superfice laterale, e di tagliarlo lungo l’altezza per metà, fino all’asse centrale; e poi di aprirlo e distenderlo sulla superficie laterale, ottenendo così un prisma retto triangolare equivalente al cilindro, appoggiato sulla faccia corrispondente alla superficie laterale del cilindro. Il prisma triangolare così ottenuto era la metà del parallelepipedo rettangolo avente per base la superficie laterale del cilindro e per altezza il raggio del cerchio-base.

Quindi, per calcolarne il volume:

*-prima aveva calcolato l’area della* ***superficie laterale*** *del cilindro;*

*-poi l’aveva moltiplicata* ***per il raggio*** *del cerchio-base, ottenendo il volume del* ***parallelepipedo doppio del prisma*** *triangolare equivalente al cilindro;*

*-ed infine* ***diviso 2.***

La “*scoperta*” di Aurelio fu socializzata ed apprezzata da tutti.

Poi ragionandoci insieme trovammo anche un **terzo** procedimento:

*-****raggio del cerchio-base*** *per* ***altezza del cilindro****, ottenendo l’area della* ***faccia laterale minore*** *del parallelepipedo rettangolo doppio del prisma triangolare equivalente al cilindro;*

*-moltiplicata* ***per la circonferenza*** *del cerchio-base, ottenendo il volume del suddetto parallelepipedo; -ed infine* ***diviso 2.***

Verificai che le 3 soluzioni corrispondevano ad altrettante trasformazioni dell’espressione algebrica, ottenute con l’applicazione delle regole di calcolo. Aurelio invece vi era giunto a partire da trasformazioni concrete, che conferivano pieno significato alle formule, “trasferendo” al cilindro una trasformazione simile a quella fatta per il cerchio, favorito senz’altro dall’analogia tra le 2 figure.

Oltre a ciò, egli era riuscito a trovare una soluzione originale, anche perché libero da formule preconfezionate, e perché molto intelligente. Ma anche perché aveva capito bene e consolidato i concetti e le procedure per il calcolo delle aree, grazie ai sussidi e alle attività già visti.

Come dicono H. Freudenthal e altri, infatti, una comprensione piena e consolidata dei concetti, procedure e ragionamenti, grazie anche ad esercizi significativi, sono fondamentali per l’autonomia del pensiero.

**Comprensione, consolidamento, scoperta guidata.**

Nell’esperienza narrata l’intuizione originale, la **“scoperta**” di Aurelio è stata resa possibile anche perché aveva **capito bene** i concetti e le strategie per il calcolo delle superfici grazie anche alla **guida** significativa del maestro e li aveva **consolidati** grazie ad **esercizi significativi**, come dice **Hans Freudenthal**. Il quale distingue tra **esercizio mnemonico dannoso** ed esercizio **utile** **e significativo**: *“I fautori dell’apprendimento attraverso l’intuizione sono spesso accusati di trascurare l’esercizio. Ma piuttosto che contro l’esercizio io sono contro* ***l’abilità che danneggia*** *il ricordo dell’intuizione. Ma vi è un modo di fare esercizio (incluso anche lo studio a* ***memoria****), in cui ogni piccolo passo aggiunge qualcosa al* ***tesoro dell’ intuizione****: si tratta dell’****esercizio accoppiato*** *con l’apprendimento per* ***intuizione****”.*

Il termine “**scoperta**”, inoltre,viene spesso usato come sinonimo di **comprensione**. **Pellerey** infatti precisa: *”Molte volte si parla di* ***“scoperta“*** *del bambino nel senso che egli* ***afferra il significato*** *di una proposizione o individua, con l’aiuto dell’insegnante, la strada risolutiva di un problema”. (Pellerey, Progetto RICME, pag. 20)*

In tal senso anche **Hans Freudenthal** nel libro “*Ripensando l’educazione matematica*”, parla di “***re-invenzione guidata***” come modalità fondamentale di un valido apprendimento.

**Ma il transfer non avviene in modo automatico**

**Silvia Sbaragli** evidenzia come l’uso di sussidi e materiali strutturati come quelli già visti, e quelli proposti da Dienes, Montessori e Castelnuovo, non basta ad attivare automaticamente il “*transfer*” cognitivo per risolvere problemi in altri contesti. E’ perciò importante sollecitare il pensiero con problemi autentici e significativi in contesti diversi.

La **Sbaragli** scrive: *“In questi ambienti gli allievi manipolano “materiale strutturato” in modo attivo e piacevole, in una situazione di forte interazione e dialogo tra allievi e fra questi e l’insegnante. Molto spesso però questi ambienti artificiali (strumenti e materiale strutturato), risultavano fini a se stessi, e portavano esclusivamente ad un apprendimento epidermico. Nel senso che, come sostiene D’Amore (1999), facendo uso di questi strumenti, raramente avviene che l’allievo posto di fronte ad un problema dello stesso tipo, ma in ambiente diverso, sia capace di trasferire il sapere da una situazione all’altra, in modo naturale, implicito, spontaneo,* ***senza richieste cognitive specifiche per la nuova situazione di apprendimento.*** *Ossia, il fenomeno del* ***transfer cognitivo*** *(su questo argomento si veda Ausubel, 1978)* ***non avviene in modo automatico****: da una conoscenza “artificiale” costruita su misura in un ambiente opportuno e specifico, alla conoscenza generalizzata, cioè alla capacità di produrre abilità cognitive e procedurali in altre situazioni (si veda anche Gagné, 1989). Le capacità cognitive e procedurali restano spesso ancorate all’ambito nel quale si sono raggiunte: non si sa trasferire la conoscenza, se non in casi particolari”. (S. Sbaragli, “Riflessioni sull’uso acritico dei regoli (…)”, su “L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate”, vol. 31A, n° 5, settembre ’08)*

Ciò non toglie che la comprensione di importanti concetti grazie all’uso di efficaci sussidi possa favorire il transfer cognitivo, che però non è “automatico”. Esso richiede un lavoro specifico in compiti e problemi significativi, come ad es. anche le prove INVALSI, in campi ed ambiti diversi. Altrimenti ci si può trovare “spiazzati” dalla novità, anche se si sono acquisite valide conoscenze e competenze, ma magari troppo legate a materiali e contenuti particolari, senza utilizzarle ed applicarle in modo vario, aperto e flessibile, ed in forme diverse, con *“abiti*” diversi.

**Un quiz *“traumatizzante”***

Su Avvenire di martedì 6/9/2011 nell’articolo *“Università, al via i test di accesso”, si legge: “ (…) In molti si sono lamentati dei quiz di logica: “-Sono 3 volte che provo a entrare a medicina, racconta Luigi Farina, - e mai mi era capitato di rispondere a una domanda come questa. Mi ha lasciato* ***traumatizzato****: “C’è un cane legato a un palo con una corda di 13 metri. Il palo è distante 5 metri da un sentiero rettilineo. Quanto sentiero riesce a compiere il cane?” (…)“*

La difficoltà maggiore è data dal testo che non è un testo standard consueto a cui gli alunni sono abituati. Si deve infatti capire che esso può essere ricondotto ad una situazione geometrica in cui la parte di sentiero rettilineo che il cane può percorrere è la somma di 2 cateti di 2 triangoli rettangoli uguali, aventi in comune un cateto di 5 metri, cioè la distanza che separa il palo dal sentiero, e l’ipotenusa di 13 metri ciascuno, cioè la lunghezza della catena. Si può fare la seguente rappresentazione

***Sentiero***

**5 *metri***

**corda del cane: *13 m*  corda del cane: *13 m***

**PALO**

**corda del cane: *13 m* corda del cane: *13 m***

**E si risolve facilmente col teorema di Pitagora**

**132  – 52 = 169 – 25 = 144**

**√ 144 = 12**

**12 x 2 = 24 m *(parte di sentiero che il cane riesce a percorrere)***

PROBLEMA DI KOHLER

***Gestalt*** *: psicologia della* ***forma***

**Il diametro** di un cerchio **misura 10 metri.** Quanto misura la **diagonale d** tratteggiata del rettangolo iscritto nel quadrante del cerchio ?

d

*Diametro 10 m*

SOLUZIONE

*La soluzione è intuitiva per* ***insight:*** *la* ***diagonale d*** *tratteggiata è uguale al* ***raggio****, che coincide con l’****altra diagonale,*** *e perciò**misura 5 metri.*

RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI

E. Castelnuovo, “*Didattica della matematica*”, La Nuova Italia ‘63

Guido Petter, “*Psicologia e scuola primaria*”, Giunti ‘88

Mosconi-D’urso, *“La soluzione dei problemi”,* Giunti-Barbera ’73

Hans Freudenthal, “*Ripensando l’educazione matematica*”,

La Scuola ’94

E. Valenti, “*La matematica nella nuova scuola elementare*”,

Le Monnier

Sbaragli S., *“Riflessioni sull’uso acritico dei regoli (…)”,*

su “*L’insegnamento della matematica e delle scienze*

*integrate* ”, vol. 31A, n° 5, settembre ’08.

**PARTE SECONDA**

***ANIMAZIONE***  *CON IL PROGRAMMA* ***WORD - disegno***

**-Fare doppio clic su logo : si apre, ma resta bloccato.**

**-Cliccare su *“abilita modifica”,* nella strisciolina gialla in alto nello schermo del monitor: compare finestrella per aprirlo.**

-**Cliccare su “*sola lettura*”: si apre e si possono spostare le figure per farci le operazioni: basta cliccare la figura e spostarla con le 4 freccette in fondo a destra sulla tastiera, o col mouse.**

**-Per chiudere cliccare su *“non salvare”,* altrimenti non si chiude. In tal modo le figure spostate tornano a posto da sole.**



Una figura si può anche “*copiare e incollare”* anche più volte, e non verrà salvata alla chiusura del file.

***VISUALIZZA GRIGLIA: 1 cm verticale, 1cm orizzontale***

**Per l’animazione in questo file si deve visualizzare la griglia e impostare il valore di 1 cm sia in verticale che in orizzontale. In tal modo le figure si muovono a salti orizzontali o verticali secondo il valore impostato per la griglia: qui 1 cm verticale e 1 cm orizzontale.**

**Con word 2010 si fa nel modo seguente: cliccare su *layout*  (sopra).**

**E poi su *allinea* (ultimo sopra a destra). E poi in basso: *visualizza griglia*. E poi *impostazioni griglia*: *spaziatura orizzontale: 1 cm – spaziatura verticale: 1 cm***

**R E T T A N G O L O**

***Base*** *=* ***5 cm Altezza*** *=* ***3 cm***

Visualizzare l’area cliccando e poi **spostando e sovrapponendo** al rettangolo o le **3 strisce di 5 cm quadrati** corrispondenti alla misura della base ***(cm2 5 x 3 = cm2 15),*** oppure le **5 strisce di 3 cm quadrati** corrispondenti alla misura dell’altezza ***(cm2  3 x 5 = cm2  15)***

*(****ATTIVARE GRIGLIA 1 cm*** *x* ***1 cm****: VEDI ISTRUZIONI A PAG. 19)*

**TRIANGOLO**

Con **2 triangoli uguali**, formare il **rettangolo doppio** di un triangolo con la stessa base e la stessa altezza

*(****ATTIVARE GRIGLIA 1 cm*** *x* ***1 cm****: VEDI ISTRUZIONI A PAG. 19)*

**R O M B O**

Spostando i **4 triangolini rossi** a **destra e a sinistra, in alto e in basso,** (con i 4 tasti con freccetta, in basso a destra della tastiera), è possibile formare:

-un **altro rombo rosso uguale** e sovrapponibile al rombo nero;

**-**un rettangolo **doppio del rombo** con **la base e l’altezza uguali alle 2 diagonali** del rombo.

*(****ATTIVARE GRIGLIA 1 cm*** *x* ***1 cm****: VEDI ISTRUZIONI A PAG. 19)*

**PARALLELOGRAMMI E TRAPEZI**

Formare i **rettangoli equivalenti** nel modo già visto nelle pagine precedenti.

*(****ATTIVARE GRIGLIA 1 cm*** *x* ***1 cm****: VEDI ISTRUZIONI A PAG. 19)*

PROBLEMA ROMPICAPO *(Vedi il file ROMPICAPO)*

In un quadrato di lato 5 e **area 25** *(fig. 1),* **quante figure** a squadra di **area 5** *(fig. 2),* si possono inserire, senza sovrapporle, ovviamente in **posizioni diverse** ?

Provare a risolverlo **col disegno** nei quadrati vuoti sottostanti dopo aver **stampato questa pagina.** Poi con **l’animazione al computer** alle prossime pagine.

***Figura 2***

*(da inserire nel quadrato*

***in posizioni diverse****)*

***Figura 1***

Provare **col disegno** nei seguenti quadrati vuoti: **è abbastanza difficile.**

**ANIMAZIONE**  AL COMPUTER E L.I.M.

*CON IL PROGRAMMA* ***WORD - disegno***

*La* ***figura rossa*** *a squadra si può riprodurre con “****copia e incolla****” nella quantità richiesta per risolvere il problema.*

*Le stesse figure si possono* ***ruotare e/o capovolgere in senso orizzontale o verticale,*** *dopo averle* ***selezionate col mouse.***  *In tal modo esse si possono inserire all’interno del quadrato, come richiesto dal problema, spostandole in* ***basso o in alto****, a* ***destra*** *o a* ***sinistra*** *con il* ***mouse*** *stesso o**con i* ***4 tasti*** *con* ***freccette*** *(in basso a destra della tastiera)*

***La soluzione si trova nelle prossime pagine***

**ANIMAZIONE**  AL COMPUTER E L.I.M.

*CON IL PROGRAMMA* ***WORD - disegno***

*Nel quadrato si possono inserire le* ***4 figure a squadra*** *collocate all’esterno del quadrato stesso.*

*Selezionare, cliccandole col mouse, le 4 figure a squadra colorate e poi inserirle all’interno del quadrato spostandole in* ***basso o in alto****, a* ***destra*** *o a* ***sinistra*** *con il* ***mouse*** *stesso e/o**con i* ***4 tasti*** *con* ***freccette*** *(in basso a destra della tastiera)*

***SOLUZIONE***

*Si possono inserire* ***4 strutture*** *a squadra in posizione simmetrica.*